Repaso para la prueba extraordinaria de septiembre 2018
1º Bachillerato Matemáticas I

Para la prueba extraordinaria de septiembre se deben tener en cuenta los temas trabajados durante el curso escolar y también el siguiente listado de actividades propuestas a modo de repaso:

- **Tema: Números reales**
- **Tema: Ecuaciones, inecuaciones y sistemas**
- **Tema: Trigonometría**
- **Tema: Geometría analítica**
- **Tema: Funciones**
- **Tema: Dominio y límites**

1. Clasifica los siguientes números indicando a que conjunto pertenecen:

   a) 2
   b) $\sqrt{3}$
   c) $\frac{3}{5}$
   d) $0{,}232323...$
   e) $0{,}1211211121111...$
   f) $\sqrt{64}$

2. Pasa a fracción los siguientes números decimales:

   a) $25{,}25$
   b) $25.\overset{\frown}{25}$
   c) $25{,}2\widehat{5}$

3. Opera y simplifica, expresando el resultado como potencia de exponente positivo:

   a) $\left[\left(5^{-2}\right)^{3}\right]^{-1} \cdot \left(5^{3}\right)^{-4} =$
   b) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^{2}\right]^{-1} =$
   c) $\dfrac{9^{-2} \cdot 4^{3} \cdot 2^{-2}}{3^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-3}} =$
   d) $\dfrac{\left[(-a)^{-4}\right]^{-1}}{a^{2}} =$
   e) $\left(\dfrac{-5^{5} \cdot 3}{15^{2}}\right)^{-1} =$
   f) $\left(\dfrac{7^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot \left(\sqrt{2^{7}}\right)^{0}}{21^{-6}}\right)^{2} =$

4. Calcula el error absoluto que se comete al tomar 0,71 como aproximación de $\frac{5}{7}$

5. Realiza estas operaciones y expresa el resultado en notación científica:

   a) $4{,}872 \cdot 10^{4} + 1{,}74 \cdot 10^{5} - 9{,}54 \cdot 10^{6} =$
   b) $3{,}76 \cdot 10^{-12} - 8{,}53 \cdot 10^{-13} + 4{,}98 \cdot 10^{-14} =$

6. Calcula el valor de x en cada caso:

   a) $log_x\left(\frac{1}{27}\right) = -3$
   b) $log_{\frac{1}{2}} 128 = x$
   c) $log_{x+1} 25 = 2$
   d) $log_5 \sqrt[6]{625} = x$
   e) $\log_x 5 = 2$
   f) $\log_2 2^{x+4} = -2$

7. Racionaliza las siguientes expresiones:

   a) $\dfrac{7}{\sqrt[6]{2}} =$
   b) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} =$
   c) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1} =$
   d) $\dfrac{-5}{\sqrt{6}-3} =$
   e) $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2\sqrt{5}+1} =$
   f) $\dfrac{7+\sqrt{5}}{\sqrt[4]{3^{2}}} =$

8. Realiza las siguientes operaciones, expresando el resultado como un único radical lo mas simplificado posible:

   a) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{40} =$
   b) $\dfrac{\sqrt[4]{3^{3}} \cdot \sqrt[6]{6}}{\sqrt{3}} =$
   c) $\dfrac{\sqrt{a\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[4]{a^{3}}}{\sqrt[12]{a^{5}}} =$
   d) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} =$
   e) $\sqrt[5]{\sqrt[2]{7}} =$
   f) $\sqrt[3]{\sqrt{\dfrac{a^{12}}{a^{18}}}} =$

9. Definir logaritmo y dar sus propiedades.

10. Utilizando le método de Gauss, resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$a)\ \begin{cases} 2x+3y-z &= 12 \\ x-y+2z &= -4 \\ 3x+2y+z &= 8 \end{cases}$ $b)\ \begin{cases} 2x+3y+z &= 4 \\ -2x+3y-z &= 4 \\ -2x+2y+2z &= 8 \end{cases}$ $c)\ \begin{cases} x+y+z &= 11 \\ 2x-y+z &= 5 \\ 3x+2y+z &= 24 \end{cases}$

11. Obtén las soluciones del siguiente sistema de inecuaciones:

    $a)\ \begin{cases} 10-3x-x^2 & < 0 \\ 2x-3 & > 13 \end{cases}$ $b)\ \begin{cases} 10-3x-x^2 & < 0 \\ \\ 3x+5 & > -16 \end{cases}$

12. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones no lineales: $\begin{cases} \sqrt{x^2+1}-y &= 2 \\ \\ x^2+y^2 &= 1 \end{cases}$

13. Resuelve las siguientes ecuaciones:

    a) $3x^2-18x=0$
    b) $x^4-17x^2+16=0$
    c) $2x^3-8x^2+2x+12=0$
    d) $x-\sqrt{2x+3}=6$
    e) $\dfrac{4}{x^2-1}+\dfrac{1}{x+1}=0$
    f) $2x^3-5x^2-4x+3=0$

14. Resuelve los siguientes triángulos:

    a) $b=4$ cm $\widehat{C}=55^{\text{o}}$ $\widehat{A}=90^{\text{o}}$
    b) $a=16$ cm $b=10\,cm$ $\widehat{C}=48^{\text{o}}$

15. Un globo sobrevuela una ciudad. Alberto lo observa con un ángulo de elevación de 75^{o} y David, con un ángulo de elevación de 83^{o}. Alberto y David se encuentran a 3 metros uno del otro.

    a) Calcula a qué distancia se encuentra el globo de cada uno de ellos.
    b) ¿A qué altura vuela el globo?

16. En el momento de marcar el último gol de España en el mundial de Sudáfrica, Iniesta estaba situado a 5 metros de uno de los palos y a 8 metros del otro, y veía la portería bajo un ángulo de 60^{o}. Calcula la distancia del jugador a la línea de gol.

17. Un golfista golpea la pelota de modo que su lanzamiento alcanza una longitud de 129 metros. Si la distancia del golfista al hoyo es de 150 metros y la pelota queda a una distancia de 40 metros del hoy, calcula el ángulo que forma la línea de unión del golfista con el hoyo y la dirección del lanzamiento.

18. El lado más largo de un paralelogramo mide 20 centímetros, su área es de 120 cm^2 y su ángulo menor, 30^{o}. Determina:

    a) El ángulo mayor del paralelogramo.
    b) La longitud del lado menor.

19. Dado el ángulo $\alpha=35^{\text{o}}$, indica cuál es el ángulo mayor que 0^{o} y menor que 360^{o} que tiene:

    a) La misma tangente que α
    b) El mismo seno que α
    c) El mismo coseno que α

20. Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $2senx=\sqrt{2}$

21. Describe los elementos de un vector.

22. Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento de extremos $A\,(1,3)$ y $B\,(-2,6)$ en tres partes iguales.

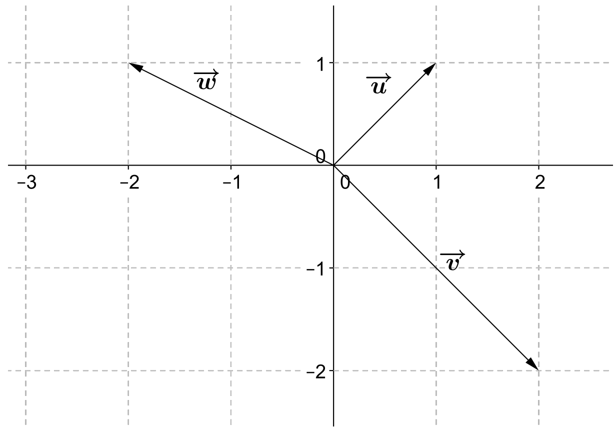
23. Calcula m en cada apartado para que $\overrightarrow{v}=(5,3)$ y $\overrightarrow{w}=(2,m)$:

    a) Sean perpendiculares.
    b) Sean paralelos.
    c) Tengan el mismo módulo.

24. Encuentra un vector $\overrightarrow{u}=(a,b)$ perpendicular a $\overrightarrow{v}=(-1,2)$ con $|\overrightarrow{u}|=5$.

25. Determina si el triángulo de vértices $A\,(12,10)$, $B\,(20,16)$ y $C\,(8,32)$ es rectángulo.

26. A partir de los vectores de $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$ representados en la figura, calcula las coordenadas de:



a) $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ *b*) $3\overrightarrow{v}$ *c*) $-\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{w}$ *d*) $2\left(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\right) - 3\overrightarrow{w}$

27. Sean los vectores $\overrightarrow{u} = (2, -3)$ y $\overrightarrow{v} = (5, 2)$:

a) ¿$\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$ forman una base?, ¿por qué?
b) Hallar $|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}|$
c) Calcular $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$
d) ¿Qué ángulo forman entre ellos?

28. Dados los vectores $\overrightarrow{u} = (0, m)$ y $\overrightarrow{v} = (-m, 1)$, hallar **m** para que se cumpla que $\left(\widehat{\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}}\right) = 60^{\text{o}}$

29. Dado el triángulo de vértices $A\,(2, 3)$, $B\,(5, 2)$ y $C\,(7, 9)$.

a) Halla la distancia del punto C al punto M, siendo M el punto medio del segmento $\bar{A}B$
b) Hallar el punto simétrico de C respecto de M.

30. Determina en cada apartado la ecuación de la recta que pasa por el punto $P\,(2, -1)$ y , además:

a) Tiene como vector director $\overrightarrow{d} = (1, -2)$
b) Tiene como pendiente $m = -3$
c) Otro de sus puntos es $Q\,(8, -3)$
d) Es perpendicular al vector $\overrightarrow{v} = (2, -3)$

31. Determinar el punto de intersección de las rectas:

$$r\,:\,\frac{x}{-1} = \frac{y+3}{-1} \qquad\qquad s : -x + 2y + 4 = 0$$

32. Determinar la ecuación de la recta paralela a $r\,: -2x - y + 2 = 0$ que pasa por el punto $P\,(1, -2)$.

33. Hallar la ecuación de la recta que el perpendicular a $r\,:\,\dfrac{x}{2} = \dfrac{y+3}{-1}$ y pasa por el punto $P\,(1, -2)$.

34. Hallar la ecuación de la recta s paralela a la recta $r\,: 3x - 4y + 4 = 0$ que está a 3 unidades de distancia.

35. Estudia la posición relativa de estas parejas de rectas:

$$r: \left.\begin{array}{rr} x = & -1 + 4t \\ y = & 3 - 2t \end{array}\right\} \qquad\qquad s\,: x + 2y - 7 = 0\ .$$

36. ¿Para qué valores de m son estas rectas perpendiculares?

$$r\,: y = mx + 6 \qquad\qquad s\,: -8x + 5y + 1 = 0$$

37. Determinar la recta paralela a r que pasa por el punto simétrico de $P\,(1, 2)$ respecto a la recta $r\,: y = \dfrac{3x-1}{4}$

38. ¿Qué ángulos forman las rectas $r\,: \left.\begin{array}{rr} x = & -1 + 3t \\ y = & 3 - 2t \end{array}\right\} \qquad s\,:\,\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+3}{-1}$?

39. ¿Qué harías para saber si tres puntos A, B y C están alineados?

40. Dos individuos A y B observan un globo que está situado en un plano vertical entre ellos. La distancia entre los individuos es de 4 km. Los ángulos de elevación del globo desde los dos observadores son 48º y 32º, respectivamente. Determinar la altura del globo y la distancia del globo a cada observador.

41. Resuelve el triángulo de lados $a = 2$, $b = 4$ y $c = 5$

42. Responde a los siguientes apartados:

   a) Hallar una recta s paralela a $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{-1}$ y pasa por el punto $P\,(1, -2)$

   b) Halla una recta r perpendicular a $-2x - y + 2 = 0$ que pasa por el punto $P\,(1, -2)$

   c) Halla el ángulo que forman s y r.

43. Dado el triángulo de vértices $A(1, 5)$ $B(2, 1)$ $C(4, 3)$:

   a) Hallar la distancia del punto C al punto M, siendo M el punto medio del segmento$\overline{AB}$

   b) Hallar el punto simétrico de C respecto de M.

44. Halla todas las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A\,(3, 1)$ y $B\,(-1, 2)$

45. Dados los puntos s $A(1, 3)$ y $B(-1, 5)$ calcular:

   a) La ecuación general de la recta que pasa por ambos puntos.

   b) La ecuación punto pendiente.

   c) La ecuación de una recta perpendicular a la anterior que pasa por el punto medio del segmento $\overline{AB}$.

46. Resuelve el triángulo de lados $a = 4$, $b = 5$ y $c = 2$

47. Dada la recta $s : -x + 2y + 4 = 0$:

   a) ¿Cuál es la pendiente de la recta s?

   b) Halla una recta paralela a s que pase por el punto $A(1, 3)$.

48. ¿Qué ángulo forman las rectas siguientes?

$$r : \begin{cases} x &= -1 + 3t \\ y &= 3 - 2t \end{cases} \qquad\qquad s : \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{-1}$$

49. ¿A qué distancia está el punto $P(1, -2)$ de la recta $2x + 3y + 5 = 0$?

50. Michael quiere cruzar la carretera. Ve una farola al otro lado de la carretera, con un ángulo de elevación de 30º. Se mueve 10 metros y ahora ve la farola con un ángulo de elevación de 15º.

   a) ¿Qué anchura tiene la carretera?

   b) Si Michael camina 0.5 m/sg. ¿Cuánto tarda en cruzar la carretera?

51. Dibuja las siguientes funciones de valores absolutos, indicando los puntos de corte con los ejes y el vértice en la parábola.

   a) $f\,(x) = |3 - 2x|$ *b*) $f\,(x) = \left|-x^2 + 2x + 8\right|$

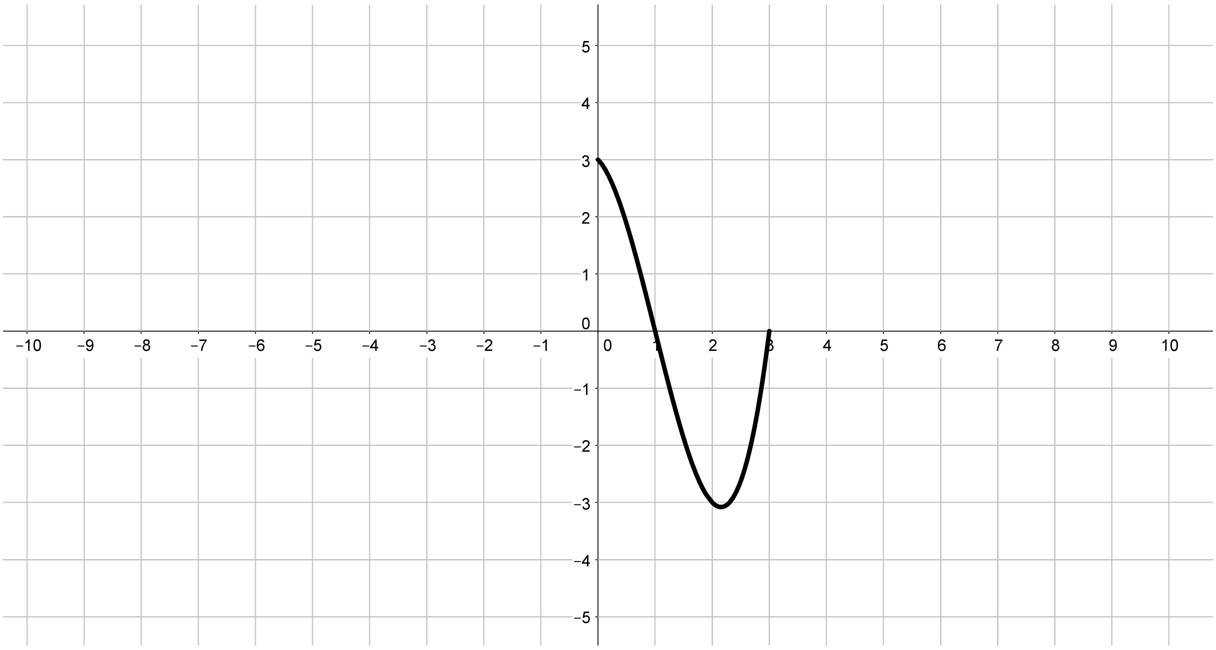
52. Dibuja la siguiente función a trozos y estudia sus características:

$$f\,(x) = \begin{cases} \ln\,(-x+1) & si \quad x < 1 \\ \sqrt{x-1} & si \quad 1 \le x \le 2 \\ x^2 - 4 & si \quad x > 2 \end{cases}$$

Dominio:
Recorrido:
Crecimiento:
Decrecimiento:
Máximos:
Mínimos:
Concavidad:
Convexidad:
Simetría:
Periodicidad:
Continuidad:
Puntos de corte:

53. Realiza las transformaciones de la función siguiente:

a) $f(x) + 2$ *b*) $f(x+2)$ *c*) $-f(x)$ *d*) $f(-x)$



54. Calcula de forma analítica el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{\dfrac{x^2-4}{x+1}}$

b) $y = e^{\left(\dfrac{\sqrt{x^2-2x+1}}{x^2-4}\right)}$

c) $y = \log\left(\dfrac{x+1}{\sqrt{x-3}}\right)$

d) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2-1}{x^2}}$

e) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2-1}$

f) $f(x) = ln\left(\dfrac{x+1}{x-3}\right)$

g) $y = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+3}$

h) $f(x) = ln\left(\dfrac{x^2-4}{x}\right)$

i) $f(x) = e^{\sqrt{\frac{4-x^2}{3-x}}}$

55. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+1}\right)$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x^3+4}{x^2-1}-\dfrac{x^2+1}{x}\right)$

d) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+5x^2+8x+5}{x^2+4x+4}$

e) $\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{x+2}{2x}\right)^{\dfrac{3}{x-2}}$

f) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x^2+x}{3x^2-4}\right)^{\dfrac{x^3+5}{x-6}}$

56. Sea la función a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & si\ x \leq -2 \\ x^2-4 & si\ -2 < x < 3 \\ x^2-12x+32 & si\ x \geq 3 \end{cases}$$

Calcular:

$a)\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$

$b)\ \lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$

$c)\ f(-2) =$

$d)\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

$e)\ \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$

$f)\ f(3) =$